非线性时滞系统的保性能鲁棒稳定性和鲁棒稳定控制——时滞相关情形*

贾新春 郑南宁 程 兵 袁泽剑
西安交通大学人工智能与机器人研究所，西安 710049

摘要 研究了带有非线性摄动的时滞系统的时滞相关保性能鲁棒稳定性和时滞相关鲁棒稳定控制问题. 对这类非线性时滞系统分别建立了时滞相关的鲁棒稳定性判据和时滞相关的保性能鲁棒稳定性判据，指出了系统时滞相关鲁棒稳定时存在时滞上界，并且提出了降低系统可保性能的一个优化算法. 给出了系统的两类时滞相关鲁棒稳定控制器的设计方法.

关键词 非线性摄动 时滞系统 时滞相关 鲁棒控制 可保性能

时滞系统控制理论一般分为两类：一类是时滞独立稳定控制[1~5]，另一类是时滞相关稳定控制[5~9]. 时滞相关稳定控制研究仍处于初级阶段[8~9]，且时滞相关控制的结论比时滞独立控制具有较小的保守性. 文献[6～9]只考虑了线性不确定量，没有考虑耦合的非线性摄动，也没有充分考虑控制器对时滞的控制能力.

由于系统参数或外界摄动的不确定，引发了对系统性能的确定上界的研究，即系统可保性能的研究[10]，已经有时滞独立的系统可保性能的一些研究[11~13]. 既考虑非线性摄动因素，又保证系统时滞相关鲁棒稳定性，该研究还未见报道.

本文研究了非线性时滞系统的时滞相关鲁棒稳定性、时滞相关保性能鲁棒稳定性、时滞相关鲁棒稳定控制问题. 建立了系统时滞相关鲁棒稳定性判据和时滞相关的保性能鲁棒稳定性判据，指出系统时滞相关鲁棒稳定时存在时滞上界，给出了系统可保性能的计算公式，并且提出降低可保性能的线性凸优化方法. 研究了两类时滞相关的鲁棒稳定控制器存在判据和控制器设计方法.

考虑下述带有非线性摄动的状态时滞系统，

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h) + Bu(t) + f(x(t), x(t-h), t),$$

$$x(t) = \phi(t), t \in [-h^*, 0], \tag{1}$$

其中，$x(t) \in \mathbb{R}^n$，$u(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态和控制输入；A，A_d 和 B 分别为适当维数的已知常矩阵；h 是不确定的、非时变的状态时滞，满足：$0 \leqslant h \leqslant h^*$，$h^*$，是时滞 h 的已知上界；$\phi(t)$是系统(1)的分段光滑的初始状态. 非线性摄动$f(x(t), x(t-h), t)$为时变的、含有状态和时滞状态的耦合函数，具有如下结构，

$$f^{\mathrm{T}}(x(t), x(t-h), t) f(x(t), x(t-h), t) \leqslant \alpha^2 x^{\mathrm{T}}(t) G^{\mathrm{T}} G x(t) + \beta^2 x^{\mathrm{T}}(t-h) H^{\mathrm{T}} H x(t-h),$$
$$\forall t \in [0, +\infty), \tag{2}$$

其中，G，H 为已知定常的结构矩阵，α，β 是已知正的常数界.

非线性模型(2)比线性不确定模型[6~9]和分离非线性模型[2,5]的范围更大.

我们将设计两类时滞相关鲁棒控制器：无记忆状态反馈控制器：$u(t) = Kx(t)$，$K \in \mathbb{R}^{m \times n}$和时滞状态反馈控制器：$u(t) = K_1 x(t) + K_2 x(t-h)$，$K_1$，$K_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

时滞状态反馈(4)实现的前提条件是：时滞时刻的状态信息是可量测的.

引理 1[14] 设 $\Omega_0(x)$和 $\Omega_1(x)$是 R^n 上的两个任意的二次型函数. 若存在$\rho > 0$，使得不等式

2002-11-07 收稿，2003-03-28 收修改稿
* 国家创新研究群体科学基金(批准号：60024301)和国家自然科学基金(批准号：60174007)资助
E-mail：xchjia@aiar.xjtu.edu.cn，xch_jiai@sin.com

$\Omega_0(x)-\rho\Omega_1(x)<0$ 对任意非零向量 $x\in\mathbb{R}^n$ 都成立，则不等式 $\Omega_0(x)<0$ 对所有满足 $\Omega_1(x)\leqslant 0$ 的任意 $x\in\mathbb{R}^n-\{0\}$ 都成立.

引理2 设 $a(.)\in\mathbb{R}^{n_a}$，$b(.)\in\mathbb{R}^{n_b}$ 和 $N(.)\in\mathbb{R}^{n_a\times n_b}$ 是区间 Ω 上的可积函数. 则对任意满足 $\Pi(X,Y,Z)\triangleq\begin{bmatrix}X & Y\\ Y^{\mathrm{T}} & Z\end{bmatrix}\geqslant 0$ 的矩阵 $X\in\mathbb{R}^{n_a\times n_a}$，$Y\in\mathbb{R}^{n_a\times n_b}$ 和 $Z\in\mathbb{R}^{n_b\times n_b}$，有，

$$-2\int_\Omega a^{\mathrm{T}}(s)N(s)b(s)\mathrm{d}s\leqslant\int_\Omega\begin{bmatrix}a(s)\\ b(s)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix}X & Y-N\\ Y^{\mathrm{T}}-N^{\mathrm{T}} & Z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a(s)\\ b(s)\end{bmatrix}\mathrm{d}s. \quad (3)$$

1 时滞相关鲁棒稳定性和时滞相关保性能鲁棒稳定性

1.1 时滞相关鲁棒稳定性

对于自由非线性时滞系统(1)($u(t)\equiv 0$)，选取一个 Lyapunov 函数为

$$V(x(t-s),s\in[0,\bar{h}])=V_1+V_2+V_3, \quad (4)$$

这里 $V_1\triangleq x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)$，$V_2\triangleq\int_{-h}^{0}\int_{t+s}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\mu)Z\dot{x}(\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}s$，$V_2\triangleq\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s$. P，Z，Q 为待定的正定对称矩阵. 根据 Newton-Leibnitz 公式，有

$$x(t)-x(t-h)\equiv\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega=\int_{t-h}^{t}[Ax(\omega)+A_dx(\omega-h)+f(x(\omega),x(\omega-h),\omega)]\mathrm{d}\omega.$$

自由时滞系统可写为

$$\dot{x}(t)=(A+A_d)x(t)+f(x(t),x(t-h),t)-A_d\int_{t-h}^{t}[Ax(\omega)+A_dx(\omega-h)+f(x(\omega),x(\omega-h),\omega)]\mathrm{d}\omega.$$

计算 V_1 关于自由非线性时滞系统(1)($u(t)\equiv 0$)对时间的导数，可得

$$\dot{V}_1=2x^{\mathrm{T}}(t)P(A+A_d)x(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)\cdot Pf(x(t),x(t-h),t)-2x^{\mathrm{T}}(t)PA_d\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega,$$

记 $a(s)=x(t)$，$b(\omega)=\dot{x}(\omega)$，$\Omega=[t-h,\ t]$ 和 $N(\omega)\equiv PA_d$，根据引理2，在满足 $\Pi(X,\ Y,\ Z)\geqslant 0$ 情况下，有

$$\dot{V}_1\leqslant 2x^{\mathrm{T}}(t)P(A+A_d)x(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)\cdot Pf(x(t),x(t-h),t)+hx^{\mathrm{T}}(t)Xx(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)\cdot(Y-PA_d)\int_{t-h}^{t}\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega+\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\omega)Z\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega,$$

$$\dot{V}_1\leqslant x^{\mathrm{T}}(t)(PA+A^{\mathrm{T}}P+\bar{h}X+Y+Y^{\mathrm{T}})x(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)Pf(x(t),x(t-h),t)+2x^{\mathrm{T}}(t)(PA_d-Y)\cdot x(t-h)+\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\omega)Z\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega. \quad (5)$$

同样地，Lyapunov 函数(4)式中的后两项对时间求导，可以得

$$\dot{V}_2\leqslant h\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)Z\dot{x}(t)-\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\omega)Z\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega\leqslant\bar{h}[Ax(t)+A_dx(t-h)+f(x(t),x(t-h),t)]^{\mathrm{T}}\cdot Z[Ax(t)+A_dx(t-h)+f(x(t),x(t-h),t)]-\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(\omega)Z\dot{x}(\omega)\mathrm{d}\omega, \quad (6)$$

记向量 $z\triangleq[x^{\mathrm{T}}(t),\ x^{\mathrm{T}}(t-h),\ f^{\mathrm{T}}(x(t),\ x(t-h),\ t)]^{\mathrm{T}}$，综合以上结论，我们有

$$\dot{V}=\dot{V}_1+\dot{V}_2+\dot{V}_3\leqslant z^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\Sigma & PA_d-Y+\bar{h}A^{\mathrm{T}}ZA_d & P+\bar{h}A^{\mathrm{T}}Z\\ A_d^{\mathrm{T}}P-Y^{\mathrm{T}}+\bar{h}A_d^{\mathrm{T}}ZA & -Q+\bar{h}A_d^{\mathrm{T}}ZA_d & \bar{h}A_d^{\mathrm{T}}Z\\ P+\bar{h}ZA & \bar{h}ZA_d & \bar{h}Z\end{bmatrix}z, \quad (7)$$

这里，$\Sigma\triangleq A^{\mathrm{T}}P+PA+\bar{h}X+Y+Y^{\mathrm{T}}+\bar{h}A^{\mathrm{T}}ZA+Q$. 记不等式(7)的右边函数为 $\Omega_0(z)$.

另外，不等式约束(2)可以改写为下面二次型函数的不等式，

$$\Omega_1(z)=z^T\cdot diag\{-\alpha^2\mathrm{G}^T\mathrm{G},\ -\beta^2\mathrm{H}^T\mathrm{H},\ \mathrm{I}\}\cdot z\leqslant 0. \quad (8)$$

根据引理1，如果存在 $\rho>0$，使得下面矩阵不等式组(9)-(10)成立，则对满足非线性摄动范围(8)(或(2))的任意 $z\in\mathbb{R}^{3n}-\{0\}$，有 $\dot{V}\leqslant\Omega_0(z)<0$.

$$\Omega_0(z)-\rho\Omega_1(z)=\begin{bmatrix}\sum+\rho\alpha^2G^TG & PA_d-Y+\bar{h}A^TZA_d & P+\bar{h}A^TZ\\ A_d^TP-Y^T+\bar{h}A_d^TZA & -Q+\bar{h}A_d^TZA_d+\rho\beta^2H^TH & \bar{h}A_d^TZ\\ P+\bar{h}ZA & \bar{h}ZA_d & \bar{h}Z-\rho I\end{bmatrix}<0, \tag{9}$$

$$\Pi\ (X,\ Y,\ Z)\geqslant 0. \tag{10}$$

定理1 对于自由非线性时滞系统(1)($u(t)\equiv 0$)和给定的非线性摄动范围(2)，如果下述LMIS (11)-(12)有可行解：正定矩阵$\bar{P}$，$\bar{Q}$，矩阵$\bar{X}$，$\bar{Y}$，$\bar{Z}$，和正数$\bar{h}$，则自由非线性时滞系统(1)($u(t)\equiv 0$)对任意满足$0\leqslant h\leqslant\bar{h}$的时滞$h$和容许非线性摄动(2)都是鲁棒渐近稳定的.

$$\begin{bmatrix}\bar{\sum}+\alpha^2G^TG & \bar{P}A_d-\bar{Y} & \bar{P}+\bar{h}A^T\bar{Z} & \bar{h}A^T\bar{Z}\\ A_d^T\bar{P}-\bar{Y}^T & -\bar{Q}+\beta^2H^TH & \bar{h}A_d^T\bar{Z} & \bar{h}A_d^T\bar{Z}\\ \bar{P}+\bar{h}\bar{Z}A & \bar{h}\bar{Z}A_d & \bar{h}\bar{Z}-I & 0\\ \bar{h}\bar{Z}A & \bar{h}\bar{Z}A_d & 0 & -\bar{h}\bar{Z}\end{bmatrix}<0, \tag{11}$$

$$\Pi\ (\bar{X},\ \bar{Y},\ \bar{Z})\geqslant 0, \tag{12}$$

这里$\bar{\sum}\triangleq A^T\bar{P}+\bar{P}A+\bar{h}\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Y}^T+\bar{Q}$.

证明 我们记$\bar{P}=P/\rho$，$\bar{Q}=Q/\rho$，$\bar{X}=X/\rho$，$\bar{Y}=Y/\rho$，$\bar{Z}=Z/\rho$. 由Schur补引理[16]，矩阵不等式组(9)，(10)等价变形为LMIS (11)，(12)，再根据Lyapunov-Krasovskii稳定性定理[15]，结论成立.

记对应于给定的正常数$\bar{h}$的线性矩阵不等式(11)-(12)的可行解集合为：

$\Xi(\bar{h})=\{(P,\ Q,\ Z,\ Y,\ Z,\ \rho):(P,\ Q,\ Z,\ Y,\ Z,\ \rho)$是LMI(11)-(12)的可行解$\}$. 容易得到，可行解集合有如下单调性质：“设$0\leqslant\bar{h}_1<\bar{h}_2$，则有$\Xi(\bar{h}_1)\supseteq\Xi(\bar{h}_2)$”. 该性质是寻找满足LMIS (11)-(12)的最大时滞的依据，仍记最大时滞为$\bar{h}$.

1.2 时滞相关保性能鲁棒稳定性

假设已经得到时滞系统(1)的时滞相关鲁棒稳定的上界$\bar{h}$. 注意到，h^*为时滞系统(1)的不确定时滞的上界. 当$h^*\leqslant\bar{h}$时，系统是鲁棒稳定的，相应地，时滞相关鲁棒稳定的判据有意义；反之，系统的时滞相关鲁棒稳定判据将无任何意义.

考虑系统(1)的一个性能函数，其中$R(>0)$是已知的正定对称矩阵

$$J=\int_0^{+\infty}x^T(t)Rx(t)\mathrm{d}t, \tag{13}$$

对非线性时滞系统(1)，选取Lyapunov函数如(4)，它的导函数满足

$$\dot{V}\leqslant Z^T\begin{bmatrix}\sum & PA_d-Y+\bar{h}A^TZA_d & P+\bar{h}A^TZ\\ A_d^TP-Y^T+\bar{h}A_d^TZA & -Q+\bar{h}A_d^TZA_d & \bar{h}A_d^TZ\\ P+\bar{h}ZA & \bar{h}ZA_d & \bar{h}Z\end{bmatrix}z,$$

这里$\sum\triangleq A^TP+PA+\bar{h}X+Y+Y^T+\bar{h}A^TZA+Q$，令$\tilde{\Omega}_0(z)=\Omega_0(z)+z^T(t)\mathrm{diag}\{R,\ 0,\ 0\}z(t)$.

注意到$\Omega_1(z)=z^T\mathrm{diag}\{-\alpha^2G^TG,\ -\beta^2H^TH,\ I\}z\leqslant 0$，则有

$$\tilde{\Omega}_0(z)-\rho\Omega_1(z)=z^T\begin{bmatrix}\sum+R+\rho\alpha^2G^TG & PA_d-Y+\bar{h}A^TZA_d & P+\bar{h}A^TZ\\ A_d^TP-Y^T+\bar{h}A_d^TZA & -Q+\bar{h}A_d^TZA_d+\rho\beta^2H^TH & \bar{h}A_d^TZ\\ P+\bar{h}ZA & \bar{h}ZA_d & \bar{h}Z-\rho I\end{bmatrix}z. \tag{14}$$

如果存在$\rho>0$使得不等式$\tilde{\Omega}_0(z)-\rho\Omega_1(z)<0$对$\forall z\in\mathbb{R}^{3n}-\{0\}$都成立，则对满足$\Omega_1(z)=z^T\mathrm{diag}\{-\alpha^2G^TG,\ -\beta^2H^TH,\ I\}z\leqslant 0$(或(2))的任意$z\in\mathbb{R}^{3n}-\{0\}$，有$\tilde{\Omega}_0(z)<0$和$\dot{V}\leqslant\tilde{\Omega}_0(z)-z^T(t)\mathrm{diag}\{R,\ 0,\ 0\}z(t)<0$成立，从而系统(1)是鲁棒稳定的.

定理2 设h^*是时滞系统(1)的不确定时滞h的已知上界. 对于自由非线性时滞系统(1)($u(t)\equiv$

0)、给定的非线性摄动范围(2)和性能函数(13)，如果存在常数 $\bar{h}>0$，使得下述 LMIS(16)，(17)有一个可行解：对称正定矩阵 P，Q，矩阵 X，Z，Y，和正数 ρ，并且 $h^*\leqslant\bar{h}$，则自由系统(1)($u(t)\equiv0$)对任意满足 $0\leqslant h\leqslant\bar{h}$ 的时滞 h 和容许非线性摄动(2)都是鲁棒渐近稳定的，且系统(1)的一个可保性能为：

$$J^* = \phi^{\mathrm{T}}(0)P\phi(0) + \int_{-h^*}^{0}\int_{s}^{0}\dot{\phi}^{\mathrm{T}}(\mu)Z\dot{\phi}(\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}s + \int_{-h^*}^{0}\phi^{\mathrm{T}}(s)Q\phi(s)\mathrm{d}s, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma + R + \rho\alpha^2G^{\mathrm{T}}G & PA_d - Y + \bar{h}A^{\mathrm{T}}ZA_d & P + \bar{h}A^{\mathrm{T}}Z \\ A_d^{\mathrm{T}}P - Y^{\mathrm{T}} + \bar{h}A_d^{\mathrm{T}}ZA & -Q + \bar{h}A_d^{\mathrm{T}}ZA_d + \rho\beta^2H^{\mathrm{T}}H & \bar{h}A_d^{\mathrm{T}}Z \\ P + \bar{h}ZA & \bar{h}ZA_d & \bar{h}Z - \rho I \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

$$\Pi(X,\ Y,\ Z)\geqslant 0, \tag{17}$$

这里 $\Sigma \triangleq A^{\mathrm{T}}P + PA + \bar{h}X + Y + Y^{\mathrm{T}} + \bar{h}A^{\mathrm{T}}ZA + Q$.

证明 根据前面的推理，可知时滞系统(1)是鲁棒渐进稳定的，并且有，

$$\dot{V} \leqslant \tilde{\Omega}_0(z) - z^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{diag}\{R,0,0\}z(t) \leqslant - z^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{diag}\{R,0,0\}z(t) = - x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t).$$

由 $V(+\infty) = \lim\limits_{\tau\to+\infty}V(\tau) = 0$，得：$V(+\infty) - V(0) \leqslant -\int_0^{+\infty}x^{\mathrm{T}}(t)Rx(t)\mathrm{d}t = -J$，因此有，

$$J \leqslant V(0) = \phi^{\mathrm{T}}(0)P\phi(0) + \int_{-h}^{0}\int_{s}^{0}\dot{\phi}^{\mathrm{T}}(\mu)Z\dot{\phi}(\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}s + \int_{-h}^{0}\phi^{\mathrm{T}}(s)Q\phi(s)\mathrm{d}s \leqslant \phi^{\mathrm{T}}(0)P\phi(0) + \int_{-h^*}^{0}\int_{s}^{0}\dot{\phi}^{\mathrm{T}}(\mu)Z\dot{\phi}(\mu)\mathrm{d}\mu\mathrm{d}s + \int_{-h^*}^{0}\phi^{\mathrm{T}}(s)Q\phi(s)\mathrm{d}s = J^*.$$

总之，定理结论成立.

根据(15)，可保性能 J^* 与(16)，(17)的可行解有着密切的关系. 不等式(16)-(17)若有可行解，则会有无穷多个可行解. 因而，系统有一个可保性能，则会有无穷多个可保性能. 为了寻找较小的或最小的可保性能，提出如下优化问题：

$$\begin{cases} \mathrm{Min}\{J(P,Q,Z) = \mathrm{trace}(P) + \mathrm{trace}(Q) + \\ \mathrm{trace}(Z)\}, \\ \mathrm{s.t.}\ P>0, Q>0, \rho>0, (16), (17). \end{cases} \tag{18}$$

这里，trace{S}表示矩阵 S 的矩阵迹. 如果上述优化问题有解(P，Q，Z)，把其解代入(15)就可得到优化了的系统可保性能，并记之为 $\bar{J}$.

2 非线性时滞系统的鲁棒稳定控制

2.1 无记忆状态反馈控制情形

下面考虑系统(1)经无记忆状态反馈的时滞相关鲁棒稳定控制问题.

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + A_dx(t-h) + f(x(t), x(t-h), t). \tag{19}$$

定理 3 对于非线性时滞系统(1)和给定的非线性摄动范围(2). 如果矩阵不等式(20)有可行解：正定矩阵 L，S，M，U，矩阵 V，和正数 $\bar{h}>0$，则对满足 $0\leqslant h\leqslant\bar{h}$ 的时滞 h，无记忆状态反馈(22)是系统(1)的时滞相关鲁棒稳定控制器.

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & A_dL & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \alpha LG^{\mathrm{T}} & 0 \\ LA_d^{\mathrm{T}} & -S & \bar{h}LA_d^{\mathrm{T}} & \bar{h}LA_d^{\mathrm{T}} & 0 & \beta LH^{\mathrm{T}} \\ \Pi_{13}^{\mathrm{T}} & \bar{h}A_dL & \bar{h}U - U^2 & 0 & 0 & 0 \\ \Pi_{14}^{\mathrm{T}} & \bar{h}A_dL & 0 & -\bar{h}U & 0 & 0 \\ \alpha GL & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ 0 & \beta HL & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{20}$$

$$\begin{cases} \Pi_{11} = LA^{\mathrm{T}} + AL + V^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BV + \bar{h}M + S, \\ \Pi_{13} = U + \bar{h}LA^{\mathrm{T}} + \bar{h}V^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}, \\ \Pi_{14} = \bar{h}LA^{\mathrm{T}} + \bar{h}V^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}. \end{cases} \tag{21}$$

$$u(t) = Kx(t) \equiv VL^{-1}x(t). \tag{22}$$

证明 在(12)中，选取 $\bar{X}>0$、$\bar{Y}\equiv0$ 和 $\bar{Z}>0$. 在(11)中用($A+BK$)代替矩阵 A，再对(11)的两边同时乘以 $\mathrm{diag}\{\bar{P}^{-1},\ \bar{P}^{-1},\ \bar{Z}^{-1},\ \bar{Z}^{-1}\}$. 记 $L=\bar{P}^{-1}$，$M=\bar{P}^{-1}\bar{X}\bar{P}^{-1}$，$U=\bar{Z}^{-1}$，$S=\bar{P}^{-1}\bar{Q}\bar{P}^{-1}$ 和 $V=K\bar{P}^{-1}$，再根据 Schur 补引理[16]，便得结论.

2.2 时滞状态反馈控制情形

下面考虑非线性时滞系统(1)经时滞状态反馈的时滞相关的鲁棒稳定控制问题，即闭环时滞系统(23)的时滞相关的鲁棒渐进稳定问题.

$$\dot{x}(t)=(A+BK_1)x(t)+(A_d+BK_2)x(t-h)+f(x(t),x(t-h),t). \quad (23)$$

定理4 对于非线性时滞系统(1)和给定的非线性摄动范围(2)．如果矩阵不等式(24)有可行解：正定矩阵 L，S，M，U，矩阵 V，W，和正数 $\bar{h}>0$,

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \alpha LG^{\mathrm{T}} & 0 \\ \Pi_{12}^{\mathrm{T}} & -S & \Pi_{23} & \Pi_{24} & 0 & \beta LH^{\mathrm{T}} \\ \Pi_{13}^{\mathrm{T}} & \Pi_{23}^{\mathrm{T}} & \bar{h}U-U^2 & 0 & 0 & 0 \\ \Pi_{14}^{\mathrm{T}} & \Pi_{24}^{\mathrm{T}} & 0 & -\bar{h}U & 0 & 0 \\ \alpha GL & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ 0 & \beta HL & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix}<0, \quad (24)$$

$$u(t)=K_1x(t)+K_2x(t-h)\equiv VL^{-1}x(t)+WL^{-1}x(t-h). \quad (25)$$

其中，$\Pi_{12}=A_dL+BW$，$\Pi_{23}=\bar{h}LA_d^{\mathrm{T}}+\bar{h}W^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}$．$\Pi_{11}$，$\Pi_{13}$，$\Pi_{14}$与定理3中的一样．则对任意满足 $0\leqslant h\leqslant\bar{h}$ 的时滞h，时滞状态反馈(25)是系统(1)鲁棒稳定控制器．

证明 (12)中选取 $\bar{X}>0$，$\bar{Y}\equiv0$ 和 $\bar{Z}>0$．在(11)中用$(A+BK_1)$和(A_d+BK_2)分别代替矩阵 A 和 A_d，对 LMI(11)的两边同时乘 $\mathrm{diag}\{\bar{P}^{-1},\bar{P}^{-1},\bar{Z}^{-1},\bar{Z}^{-1}\}$，并记 $L=\bar{P}^{-1}$，$M=\bar{P}^{-1}\bar{X}\bar{P}^{-1}$，$U=\bar{Z}^{-1}$，$S=\bar{P}^{-1}\bar{Q}\bar{P}^{-1}$和 $V=K\bar{P}^{-1}$，$W=K_2\bar{P}^{-1}$，再根据 Schur 补引理[16]，可得结论．

不等式(20)，(24)中有非线性项 $(\bar{h}U-U^2)$，不是 LMI．另外，引理2中 Z 越小(在正定矩阵意义下和其他不变时)，右式作为左式的上界则保守性越小．注意到 U，$\bar{Z}$ 和 Z 之间的关系，在(20)和(24)中选取 $U=aI$，$a>0$，其中 a 足够大 $(a>\bar{h})$，这样(20)和(24)就变为含一个标量 a 的 LMI，且保证$(\bar{h}U-U^2)<0$．

下面，通过一些数值例子说明本文的工作．

例1 考虑如下时滞系统的时滞相关鲁棒稳定性和时滞相关鲁棒稳定控制，

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}-2 & -0.5\\0 & -1\end{bmatrix}x(t-h)+\begin{bmatrix}1.2\\1\end{bmatrix}u(t)+f(x(t),x(t-h),t), \quad (26)$$

其中 $G=\begin{bmatrix}1 & 0\\0.2 & 1\end{bmatrix}$，$H=\begin{bmatrix}1 & 0\\0.3 & 1\end{bmatrix}$，$\alpha=0.3$，$\beta=0.3$.

由定理1，得系统(26)$(u(t)\equiv0)$的时滞相关鲁棒稳定的时滞上界：$\bar{h}=0.3667$.

当 $U=\mathrm{diag}\{20,20\}$，由定理3得无记忆状态反馈：$u(t)=[-18.5612,\ 3.7153]x(t)$对任意时滞 h：$0\leqslant h\leqslant\bar{h}=1.26$ 都鲁棒镇定系统(26)．

当 $U=\mathrm{diag}\{20,20\}$，根据定理4有，对任意时滞 h：$0\leqslant h\leqslant\bar{h}=2.85$，时滞状态反馈：$u(t)=[-16.0161,\ 3.5105]x(t)+[0.9830,\ 0.6559]x(t-h)$鲁棒镇定系统(26)．

例2 考虑下述系统关于性能函数(15)的时滞相关的保性能鲁棒稳定性问题

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & -0.5\\0.3 & -1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}-1 & -0.2\\0 & 0.2\end{bmatrix}\cdot x(t-h)+f(x(t),x(t-h),t), \quad (27)$$

参数界和矩阵分别为 $\alpha=0.4$，$\beta=0.4$，$G=\mathrm{diag}\{1,0.8\}$，$H=\mathrm{diag}\{0.5,1\}$，$R=\mathrm{diag}\{1.5,1\}$．

根据定理1得系统(27)时滞相关鲁棒稳定的时滞上界 $\bar{h}=0.5722$．如果 $h^*\leqslant\bar{h}$，则时滞系统(27)是鲁棒稳定的．在 $h^*=0.3$ 时，假设系统(27)的初始状态为：$\phi(\theta)=[0.5\theta,\ 0.2]^{\mathrm{T}}$，$\theta\in[-0.3,0]$．根据定理2得系统的一个可保性能值：$\bar{J}=6.5517$．

在相同的初始状态和时滞上界 $h^*=0.3$ 情况下，利用优化方法(18)，得系统(27)的优化的可保性能值为：$J^*=0.2082$．

参 考 文 献

1 Lee J H, et al. Memoryless controllers for state delayed systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 33(9): 1657

2 Kim J H, et al. Robust control for parameter uncertain delay systems in state and control input. Automatica, 1996, 32(7): 1337

3 Trinh H, et al. On robustness and stabilization of linear systems with delayed nonlinear perturbations. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(7): 1005

4 Su J H. Further results on the robust stability of linear systems with a single time delay. Systems and Control Letters, 1994, 23(6): 375

5 Cao Y Y, et al. Computation of robust stability bounds for time-delay systems with nonlinear time-varying perturbations. International Journal of Systems Science, 2000, 31(3): 359

6 Niculescu S, et al. Robust stability and stabilization of uncertain linear systems with state delay: Single delay case. In: IFAC Symposium on Robust Control Design, Rio de Janeiro, Brazil, 1994

7 Li X, et al. Criteria and stabilization of uncertain linear systems with

state delays. Automatica, 1997, 33(9): 1657

8 Park P. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(4): 876

9 Moon Y S. et al. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems. International of Control, 2001, 74 (14): 1447

10 Chang S S L, et al. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters. IEEE Trans Automatic Control, 1972, 17(4): 474

11 Petersen I R, et al. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems. IEEE Trans Automatic Control, 1994, 39 (9): 1971

12 Moheimani S O R, et al. Optimal quadratic cost control of a class of uncertain time delay systems. IEE Proc Control Theory and Applications, 1997, 144(2): 183

13 Jia X C, et al. Reliable grading robust stabilization for uncertain time-varying systems via dynamic compensator. Progress in Natural Science (in Chinese), 2002, 12(10): 777

14 Yakubovich V A. S-procedure in non-linear control theory. Vestnik Leningrad Univ, 1971, 1, 62

15 Hale J H, et al. Introduction to Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1993

16 Boyd S, et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadelphia PA: SIAM, 1994

芬兰科学院启动新的多学科研究计划

作为芬兰的国家科研资助机构，芬兰科学院每年都会投入约1/5的研究经费支持多学科研究项目，2003年芬兰科学院决定投入4130万欧元启动7个多学科研究计划：基因改变生物（GMO）对环境、社会与健康的影响；未来电子学；卫生保健研究；工业设计；俄罗斯研究项目；社会资本与信任网络；系统生物学与生物信息学．其中系统生物学与生物信息学的投入占第一位，为900万欧元，未来电子学与工业设计项目为期3年，其他项目皆为4年．国外研究人员和团队也有资格参加．

“基因改变生物对环境、社会与健康的影响研究计划”有很强的多学科性，不仅研究基因改变生物对生态与健康的影响，还涉及伦理、社会经济以及风险评估等问题．

“未来电子学研究计划”资助芬兰电子学领域的研发和创新项目，以在该领域建立并保持一支长期的最高水平的研究力量．计划的重点是未来技术，包括逻辑系统、未来材料及新的运算和计算模型等．加强这一领域的研究对芬兰当前和未来电子工业的发展将起到关键作用，该项目将使整个电子行业受益．

“卫生保健研究计划”主要研究对公共卫生保健的投入是否存在危机，公共卫生保健服务是否能充分满足人们的需要，以及人群间的健康差距是否在扩大等问题．芬兰目前需要协调一致的研究计划以解决卫生保健系统所面临的困难和挑战．

“工业设计研究计划”将把文化、社会科学、自然科学以及工程方面的研究有机的整合在一起，涉及工业设计的整个系统，如设计、技术产品开发、材料研究、市场营销、产品的消费和文化影响．

“系统生物学与生物信息学研究计划”旨在提高芬兰在基因及后基因研究领域的竞争力．目前这一方向的研究存在一定的紧迫性，因为在基因和蛋白质信息研究领域的国际竞争日益激烈，而重要的发现也意味着在应用方面的优先权．这一研究计划有很强的跨学科性，生物信息学是其不可分割的一部分．芬兰科学院在生物技术和分子生物学方面的研究项目旨在加强芬兰在该领域的研究、必要基础设施的建设、联网和研究人员的培养．

（范英杰　鲁荣凯　编译）